

任安康, 徐克科. 2023. 顾及有色噪声的 GNSS 时间序列时域信号提取. 地球物理学报, 66(2): 518-529, doi:10. 6038/cjg2022P0835.

Ren A K, Xu K K. 2023. Time domain signal extraction from GNSS time series with colored noise. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 66(2): 518-529, doi:10. 6038/cjg2022P0835.

顾及有色噪声的 GNSS 时间序列时域 信号提取

任安康, 徐克科*

河南理工大学测绘与国土信息工程学院, 河南焦作 454000

摘要 随着大型地震的发生, GNSS 时间序列中除线性趋势和周期信号外, 还存在大量震后瞬态, 准确地提取各项时域信号是运用 GNSS 时间序列进行地学研究的关键. 为此, 本文提出了顾及有色噪声的 GNSS 时间序列时域信号提取法. 该方法首先基于白噪声 (White Noise, WN) + 闪烁噪声 (Flicker Noise, FN) 模型, 使用最大似然估计 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) 对震前 GNSS 时间序列进行参数估计, 并根据参数估值来去除震后时间序列中的震前信号, 以此获取残差序列; 然后将残差序列作为求解特征时间尺度的观测量, WN+FN 模型作为观测量的随机模型, 并采取非线性最小二乘法 (Non-linear Least Squares, NLS) 法估计特征时间尺度; 最后利用估计的特征时间尺度构建 GNSS 时间序列函数模型, 并采用 MLE 估计其未知参数, 进而实现时域信号的提取. 经模拟数据分析, 考虑有色噪声时, 特征时间尺度估计算法的收敛性提高了 25%, 各项未知参数的标准差 (Standard Deviation, STD) 显著下降. 最后, 将该算法应用于日本区域实测数据, 并与传统方法进行了对比分析.

关键词 GNSS 时间序列; 有色噪声; 函数模型; 随机模型

doi:10. 6038/cjg2022P0835

中图分类号 P223, P315

收稿日期 2021-11-09, 2022-10-08 收修定稿

Time domain signal extraction from GNSS time series with colored noise

REN AnKang, XU KeKe*

School of Surveying and Land Information Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo He'nan 454000, China

Abstract With the occurrence of large earthquakes, in addition to linear trend and periodic signals, there are also a large number of post-seismic transients in GNSS time series. Accurately extracting all kinds of time domain signals is the key for various investigations using GNSS time series. Therefore, the time domain signal extraction in GNSS time series with colored noise is proposed in this paper. Firstly, the maximum likelihood estimation (MLE) with white noise (WN) + flicker noise (FN) model is used to estimate parameters from pre-seismic GNSS time series, and the pre-seismic signals are removed using parameter estimation to obtain the post-seismic residual sequence; Then, the residual sequence is used as the observation to solve the characteristic time scale, the WN+FN model is used as the stochastic model for the observation, and the non-linear least squares (NLS) method is used to estimate the characteristic time scale; Finally, the estimated characteristic time scale is used to construct functional model of GNSS time series, and

基金项目 国家自然科学基金项目(41774041)资助.

第一作者简介 任安康, 男, 1995 年生, 硕士研究生, 主要研究方向 GPS 时间序列噪声特性分析. E-mail: rakzfy@163. com

* 通讯作者 徐克科, 男, 1979 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事卫星大地测量与地壳形变研究. E-mail: xkk@hpu. edu. cn

MLE is used to estimate its unknown parameters, so as to extract the time domain signal. Through the analysis of simulation data, when considering colored noise, the convergence of characteristic time scale estimation algorithm is improved by 25%, and the standard deviation (STD) of unknown parameters is significantly reduced. Finally, the algorithm is applied to the measured data in Japan, and compared with the traditional method.

Keywords GNSS time series; Colored noise; Functional model; Stochastic model

0 引言

GNSS 时间序列可以为动态地球坐标框架的建立与维持以及板块运动、冰后回弹等地球动力学现象提供丰富的数据支撑,因此被广泛地应用于大地测量和地球动力学研究(姜卫平等,2018;姚宜斌等,2019;李斐等,2019;马俊等,2021).受到大型地震等因素影响,GNSS 时间序列中通常存在震后瞬态,利用标准线性函数模型分析 GNSS 时间序列无疑会带来函数模型误差,进而导致参数估计有偏.因此,构建合适的 GNSS 时间序列函数模型是 GNSS 时间序列分析的先决条件.

对于存在震后瞬态的 GNSS 时间序列,合适的 GNSS 时间序列函数模型包括线性趋势、周期信号、偏移和震后瞬态.其他未建模效应通常使用 WN+FN 来描述.然而,震后瞬态模型中的特征时间尺度与观测量非线性相关,该值无法使用线性回归方法进行估计.为了构建震后瞬态模型,许多学者(王东振等,2017;苏利娜和张勇,2018;姚未正等,2021)使用对数衰减函数建模震后瞬态,并采取试错法确定特征时间尺度.试错法通过遍历一定范围内的时间区间,在所有遍历区间中寻求拟合残差最小的时间常数作为最佳特征时间尺度.尽管该方法计算较为简便,但最终计算结果取决于用户的假定区间,因此该方法存在随机性. Sobrero 等(2020)探究了最佳双瞬态模型并使用网格搜索法确定最佳特征时间尺度.网格搜索法计算精度很高,但仍受限于假定区间,其本质与试错法类似. Tobita (2016)提出了利用 NLS 算法估计特征时间尺度的方法,但该算法基于序列误差项中仅存在 WN 的假设,对于 GNSS 时间序列,这种假设显然不成立.因此有必要顾及有色噪声影响,开发出准确计算特征时间尺度的方法来构建 GNSS 时间序列函数模型,对于获取 GNSS 时间序列未知参数最优线性无偏估计具有重要意义.

MLE 可以同时估计 GNSS 时间序列函数模型和随机模型中各参数及其不确定度,被认为是目前

最准确的 GNSS 噪声分析方法(Williams 2003). GNSS 时间序列中的最佳噪声模型可以用 WN+FN 模型来描述,WN 和 FN 的比率因站而异,MLE 能够确定不同噪声之间的比率.基于此,本文提出顾及有色噪声的 GNSS 时间序列时域信号提取法.首先基于 WN+FN 模型,使用 MLE 对震前 GNSS 时间序列进行参数估计,并根据估计的参数估值来去除震后 GNSS 时间序列中的初始位置、线性趋势、周期信号和偏移等信号,以此获取残差序列;然后将残差序列作为求解特征时间尺度的观测量,WN+FN 模型作为观测量的随机模型,并采取 NLS 算法来估计特征时间尺度;最后,利用估计的特征时间尺度来构建 GNSS 时间序列函数模型,并采用 MLE 估计其未知参数,进而实现 GNSS 时间序列中时域信号的提取.

1 GNSS 时间序列模型构建与参数估计

1.1 GNSS 时间序列函数模型构建

对于存在震后瞬态的 GNSS 时间序列,其函数模型可以描述为(Bevis et al., 2020):

$$y(t) = y_0 + v(t - t_0) + \sum_{j=1}^{n_j} b_j H(t - t_j) + \sum_{k=1}^{n_K} [s_k \sin(\omega_k t) + c_k \cos(\omega_k t)] + d(t) + \epsilon(t), \quad (1)$$

式中, $y(t)$ 为 t 时刻下的基准站位移; y_0 为参考历元 t_0 时刻下的基准站初始位置; v 为线性速度; s_k 和 c_k 是角频率为 ω_k 的谐波对应的傅里叶系数, n_K 为谐波个数; b_j 为发生在 t_j 时刻的偏移量, n_j 为偏移个数; H 代表 Heaviside 阶梯函数,阶跃前为0,阶跃后为1; $d(t)$ 为震后位移; $\epsilon(t)$ 为随机过程.根据 Tobita (2016)的研究,顾及震后余滑和黏弹性效应双重影响,震后位移 $d(t)$ 可以描述为

$$d(t) = A_l \log\left(1 + \frac{\Delta t}{T_l}\right) + A_e \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_e}\right)\right), \quad (2)$$

式中, A_1 和 A_e 分别为对数、指数衰减函数的振幅; T_1 和 T_e 分别为对数、指数衰减函数的特征时间尺度; Δt 为地震发生以来的相对时间, 要求满足 $\Delta t \geq 0$. 特征时间尺度与观测值非线性相关, 其值无法使用线性回归估计器进行估计. 为了估计特征时间尺度, 对式(2)进行泰勒级数展开, 其一阶展开式为

$$d(t) = A_1 \ln\left(1 + \frac{\Delta t}{T_1}\right) + A_e \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_e}\right)\right) - \frac{A_1 \Delta t}{T_1 \left(1 + \frac{\Delta t}{T_1}\right)} dT_1 - \frac{A_e \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_e}\right) \Delta t}{T_e} dT_e, \quad (3)$$

式中, dT_1 和 dT_e 为待估参数. 根据式(3)中参数和测量值之间的关系, 构建如下观测方程:

$$\mathbf{A}\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{V}, \quad \hat{\mathbf{X}} = [dT_1 \quad dT_e]^T, \quad (4)$$

式中, \mathbf{A} 为关于 T_1 和 T_e 设计矩阵; $\hat{\mathbf{X}}$ 为参数改正向量; \mathbf{V} 为 $d(t)$ 估计与 $d(t)$ 的差值. 根据最小二乘原理, $\hat{\mathbf{X}}$ 的最小二乘解为

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{L}, \quad (5)$$

式中, $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A}$; $\mathbf{L} = \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{V}$; \mathbf{C} 为观测值协方差阵. Levenberg-Marquardt 算法用于解决非线性参数估计, 使用以下规则定义的新矩阵 $\mathbf{N}' = [n'_{ij}]$ 替换矩阵 \mathbf{N} (Mao et al., 1999):

$$n'_{ij} \begin{cases} n_{ij}(1 + \lambda) & i = j \\ n_{ij} & i \neq j \end{cases} \quad (6)$$

式中, λ 为阻尼因子. 当阻尼因子 λ 非常大, 矩阵 \mathbf{N}' 被迫接近对角, 此时由于正规矩阵的对角元素被放大, 因此逼近解的步长被缩放. 相反, 当 λ 接近零时, \mathbf{N}' 将接近矩阵 \mathbf{N} .

利用上述方程, 以下给出估计特征时间尺度的伪代码

①选择噪声模型(本文取 WN+FN), 使用 MLE 估计地震前信号. 地震前信号包括初始位置、线性趋势、周期信号和偏移.

②去除震后 GNSS 时间序列中的地震前信号, 获取震后残差序列.

③将震后残差序列作为求解特征时间尺度的观测值, 并利用震前噪声参数构建观测值的随机模型.

④选择一个适当的值 λ , 比如 $\lambda = 0.01$.

⑤给定特征时间尺度初值向量 ξ , 使用线性最小二乘法(随机模型为 WN+FN)计算 A_1, A_e .

⑥对震后残差时间序列建立如式(4)所示函数模型, 利用式(5)计算参数改正量 $\hat{\mathbf{X}}$ 和 $\chi^2(\hat{\xi})$.

⑦利用式(6)将 \mathbf{N}' 替换矩阵 \mathbf{N} , 利用式(5)计算

参数改正量 $\hat{\mathbf{X}}$ 和 $\chi^2(\hat{\xi}')$.

⑧如果 $\chi^2(\hat{\xi}') \geq \chi^2(\hat{\xi})$, 则 λ 增加 10 倍并返回步骤⑥.

⑨如果 $\chi^2(\hat{\xi}') < \chi^2(\hat{\xi})$, λ 减小 10 倍且更新特征时间尺度初值向量 ξ , 并返回步骤⑥.

⑩当 $\|\delta\hat{\mathbf{X}}\|_2 \leq 1$ ($\delta\hat{\mathbf{X}}$ 为相邻两次参数改正向量之差)时, 且 $\lambda < 0.01$, 停止迭代.

1.2 GNSS 时间序列随机模型构建

信号建模的最大问题之一是测量噪声性质 (Sobrero et al., 2020). 众所周知, GNSS 时间序列中的随机过程可以表述为 WN+FN. MLE 可以同时估计时间序列中的函数模型和随机模型中各项参数, 因此用来构建 GNSS 时间序列随机模型.

假设 GNSS 时间序列中的随机过程 $\epsilon(t)$ 由振幅分别为 σ_w 和 σ_f 的白噪声 α 及闪烁噪声 β 组成 (Zhang et al. 1997; Amiri-Simkooei et al., 2019):

$$\epsilon(t) = \sigma_w \cdot \alpha(t) + \sigma_f \cdot \beta(t), \quad (7)$$

其观测值协方差阵为

$$\mathbf{C} = \sigma_w^2 \mathbf{I} + \sigma_f^2 \mathbf{J}_f, \quad (8)$$

式中: \mathbf{I} 为单位阵; \mathbf{J}_f 为闪烁噪声的协方差阵, \mathbf{J}_f 的构造方式可以参考相关文献 (Zhang et al. 1997).

1.3 GNSS 时间序列模型参数估计

GNSS 时间序列函数模型未知参数可以使用加权最小二乘法进行估计, 其最小二乘解为 (Bos et al., 2013)

$$\hat{\theta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C} \mathbf{Y}, \quad \mathbf{A} = [\mathbf{A}_r \quad \mathbf{A}_f \quad \mathbf{A}_{\text{off}} \quad \mathbf{A}_{\text{psd}}], \quad (9)$$

式中: \mathbf{A} 为设计矩阵; $\hat{\theta}$ 为待估参数; \mathbf{Y} 为观测向量. 其中, 设计矩阵 \mathbf{A} 可以描述为

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \sin 2\pi t_1 & \cos 2\pi t_1 & \sin 4\pi t_1 & \cos 4\pi t_1 \\ \sin 2\pi t_2 & \cos 2\pi t_2 & \sin 4\pi t_2 & \cos 4\pi t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin 2\pi t_n & \cos 2\pi t_n & \sin 4\pi t_n & \cos 4\pi t_n \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_{\text{off}} = \begin{bmatrix} H(\Delta t_1^1) & H(\Delta t_1^2) & \cdots & H(\Delta t_1^n) \\ H(\Delta t_2^1) & H(\Delta t_2^2) & \cdots & H(\Delta t_2^n) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ H(\Delta t_n^1) & H(\Delta t_n^2) & \cdots & H(\Delta t_n^n) \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_{\text{off}} = \begin{bmatrix} H(\Delta t_1^1) & H(\Delta t_1^2) & \cdots & H(\Delta t_1^n) \\ H(\Delta t_2^1) & H(\Delta t_2^2) & \cdots & H(\Delta t_2^n) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ H(\Delta t_n^1) & H(\Delta t_n^2) & \cdots & H(\Delta t_n^n) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_{\text{psd}} = \begin{bmatrix} H(\Delta t_1) \log\left(1 + \frac{\Delta t_1}{T_1}\right) & H(\Delta t_1) 1 - e^{-\frac{\Delta t_1}{T_e}} \\ H(\Delta t_2) \log\left(1 + \frac{\Delta t_2}{T_1}\right) & H(\Delta t_2) 1 - e^{-\frac{\Delta t_2}{T_e}} \\ \vdots & \vdots \\ H(\Delta t_n) \log\left(1 + \frac{\Delta t_n}{T_1}\right) & H(\Delta t_n) 1 - e^{-\frac{\Delta t_n}{T_e}} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

为了从线性函数中估计噪声分量和参数,对于给定观测量 x , 必须使这些值的可能性 l 最大化. 假设为高斯分布, 可能性为 (Williams, 2003)

$$\ln[l(x, \mathbf{C})] = -\frac{1}{2} [\ln(\det \mathbf{C}) + N \ln(2\pi) + \hat{\mathbf{x}}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{x}}], \quad (13)$$

式中: \det 为矩阵行列式; N 为历元数. 求解最大似然问题的算法可以选择下山单纯形法.

2 模拟数据计算与分析

为了研究所提出方法的计算性能, 本节使用了合成 GNSS 时间序列进行分析. 本节强调了两个问题. (1) 研究随机模型对特征时间尺度的影响. (2) 研究随机模型对 GNSS 时间序列函数模型未知参数的影响. 研究均表明, GNSS 时间序列的最佳噪声模型可以用 $\text{WN} + \text{FN}$ (Williams et al., 2004; 李昭等, 2012). 因此本文采用 $\text{WN} + \text{FN}$ 模型来模拟噪声项. 表 1 中, 噪声参数来源于文献 (Williams et al., 2004), 该值是对区域 GNSS 时间序列噪声分析得到的经验值. 信号参数来源于日本全球定位系统永久性跟踪站网 (GPS Earth Observation Network System, GEONET) 实测数据, 该值是利用 MLE 对 GEONET GNSS 时间序列进行参数估计获取. 其中, 构建 GNSS 时间序列函数模型的特征时间尺度参数来源于文献 (Sobrero et al., 2020), 该值代表了东日本大地震震后位移特征时间尺度的最小值、中值和最大值. 根据表 1 中参数设置, 本文创建了三个 GNSS 永久站水平分量合成时间序列, 这些合成时间序列包括线性趋势、年和半年周期信号、偏移、震后位移和噪声. 对于每个时间序列, 其噪声项基于表 1 中规定的噪声振幅利用 Hector 软件生成了 50 个随机误差向量. 然后, 将模拟的随机误差向量分别添加到上述确定性模型中构成模拟数据集. 图 1 显示了合成时间序列的一个典型示例以及模拟同震位移发生时刻.

第一个目标是研究随机模型对特征时间尺度估计的影响. 与真实数据相比, 模拟数据的优势在于,

表 1 模拟时间序列参数

Parameter	J919 East	J919 North	J544 East	J544 North	J903 East	J903 North
σ_w (mm)	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
σ_f (mm · a ^{-0.25})	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
y_0 (mm)	115.80	978.30	-165.23	939.50	-340.0	975.70
v (mm · a ⁻¹)	-6.03	-10.57	-5.34	-3.16	-7.20	-7.05
s_1 (mm)	-0.31	0.18	-0.07	0.23	-0.12	0.02
c_1 (mm)	-0.75	0.62	-1.77	0.10	-1.48	-0.37
s_2 (mm)	-0.24	-0.73	0.02	-0.41	-0.01	-0.35
c_2 (mm)	0.01	-0.43	0.27	-0.20	-0.08	-0.29
b (mm)	3054.77	-657.72	1371.44	-826.98	536.49	-557.18
A_1 (mm)	149.16	-40.89	144.80	-74.93	85.83	-76.65
A_e (mm)	620.40	-170.16	1221.64	-641.52	803.59	-577.98
T_1 (d)	20.00	20.00	24.00	24.00	28.00	28.00
T_e (a)	4.18	4.18	11.77	11.77	20.00	20.00

注: 模拟数据跨度为 2000.00~2031.75; b 特指同震位移; 本文 t_0 设置为 2000.00 历元; S_1 (正弦项)、 C_1 (余弦项) 和 S_2 (正弦项)、 C_2 (余弦项) 分别为年周期项和半年周期项系数.

特征时间尺度的大小是完全已知的. 我们将对前一节中描述的 NLS 算法估计特征时间尺度的计算性能进行统计分析. 表 2 中设置了 2 种解算方案. 在案例 1 中, 使用 NLS 算法估计特征时间尺度. 在这种情况下, 时间序列的协方差阵仅由 WN 组成. 在案例 2 中同样使用 NLS 算法计算特征时间尺度, 但其协方差阵同时考虑了 WN 和 FN. 最后, 根据表 3 中参数初值设置利用 NLS 算法计算了每个合成时间序列的特征时间尺度. 第二个目标是研究随机模型对 GNSS 时间序列函数模型未知参数估计的影响. 类似地, 根据表 2 中的解算方案, 利用 MLE 法计算了每个合成时间序列的未知参数. 以下重点介绍模拟实验结果:

表 2 GNSS 时间序列分析解决方案

Table 2 GNSS time series analysis solutions

Case	Method of analysis		Stochastic model	
	NLS	MLE	WN	FN
1	✓	✓	✓	—
2	✓	✓	✓	✓

表 3 特征时间尺度初值

Table 3 Initial parameter of characteristic time scale

Code of initial parameter	T_1 (d)	T_e (d)
1	5.00	1000.00
2	5.00	1500.00
3	10.00	2000.00
4	15.00	3000.00
5	20.00	4000.00
6	25.00	4500.00

在所有方案的特征时间尺度估计中使用了相同的迭代终止条件,即 $\|\delta\hat{\mathbf{X}}\|_2 \leq 1$ 且 $\lambda < 0.01$. 如果一个算法能够满足迭代终止条件,则认为迭代收敛. 相反,如果迭代过程中出现奇异矩阵或平差值为负数,则认为迭代收敛失败. 图 2a 与图 2b 相比,案例 2 的迭代算法收敛性明显高于案例 1 (75% 对 100%), 这表明忽略时间序列中的有色噪声会导致特征时间尺度估计算法迭代收敛失败. 因此,时间序列的真实协方差阵对特征时间尺度的估计有直接影响. 此外,

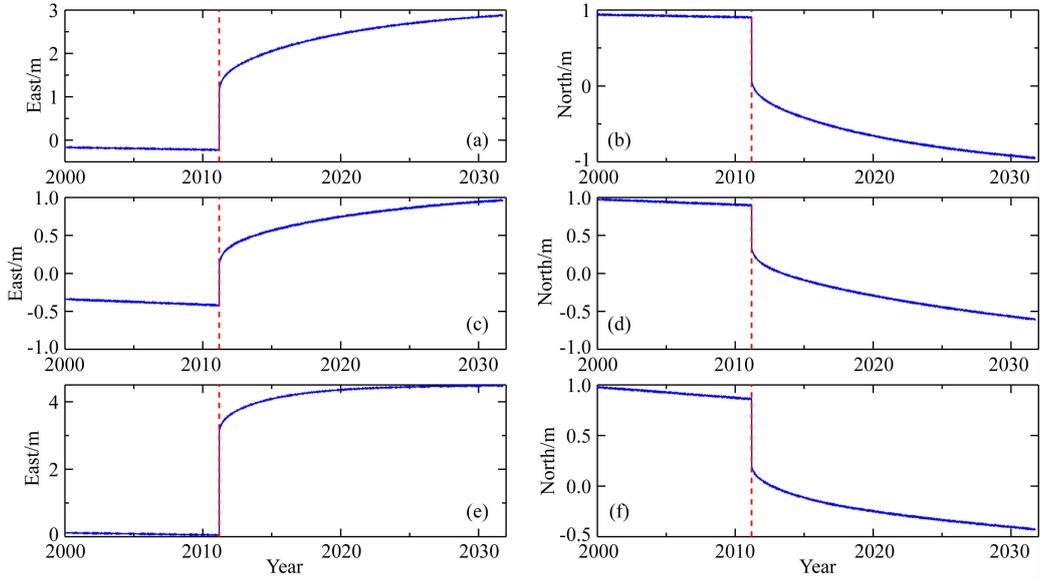


图 1 3 个永久 GNSS 站合成时间序列典型示例

蓝线为合成时间序列,红线为同震位移发生时刻。(a)和(b)分别为表 1 中 J919 站东和北分量时间序列; (c)和(d)分别为表 1 中 J544 站东和北分量时间序列; (e)和(f)分别为表 1 中 J903 站东和北分量时间序列。

Fig. 1 Typical example of synthetic time series of three permanent GNSS sites

The blue lines indicate the synthetic time series, the red dashed lines indicate the occurrence time of co-seismic displacement. (a) and (b) are the time series of the east and north components of J919 station in Table 1, respectively; (c) and (d) are the time series of the east and north components of J544 station in Table 1, respectively; (e) and (f) are the time series of the east and north components of J903 station in Table 1, respectively.

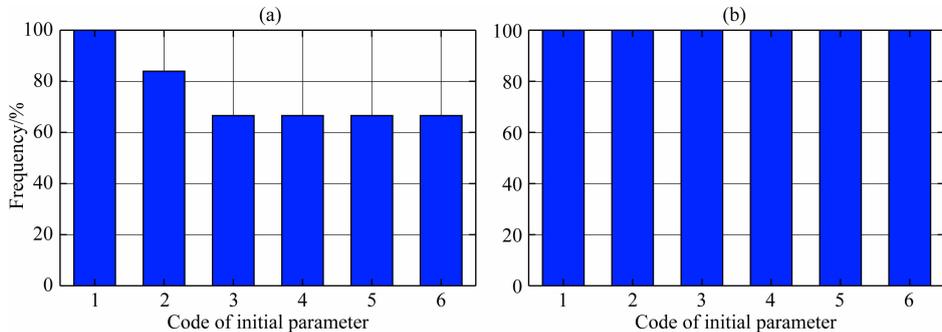


图 2 NLS 算法估计特征时间尺度收敛性百分比直方图

(a) 表 2 中案例 1; (b) 表 2 案例 2; 参数初值代码对应表 3 (50 次独立运行的 NLS 算法)。

Fig. 2 Percentage histogram of convergence for characteristic time scale estimated using NLS algorithm (a) is case 1 in Table 2, and (b) is case 2 in Table 2; Code of initial parameter corresponding Table 3 (NLS algorithm with 50 independent runs).

图 3 显示了 NLS 算法估计的特征时间尺度散点图以及其设计值. 图 3(c, d) 比图 3(a, b) 分散得更少, 因此提供了更好的结果. 综上表明可靠的特征时间尺度估计方法应考虑适当的噪声模型.

最后,为考虑解决方案的整体性能,根据表 2 中的解算方案对所有合成时间序列的未知参数进行了估计. 图 4 显示了估计值的误差分布. 经统计,案例 2 中 99.89% 的线性速率误差为 $-0.5 \sim 0.5$ mm, 而案例 1 中 89.53% 的线性速率误差为 $-1 \sim 1$ mm.

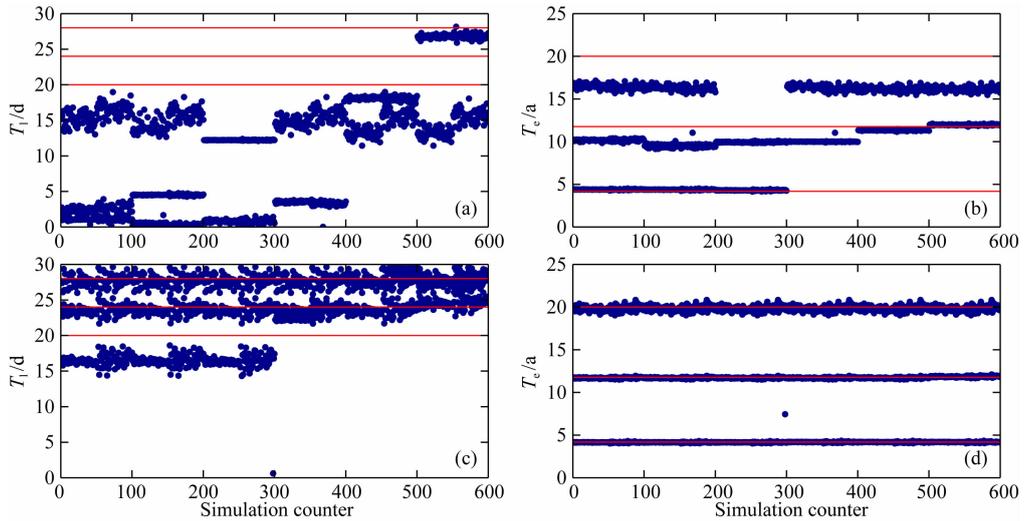


图 3 使用 NLS 算法执行 50 次独立运行计算获取的特征时间尺度散点图及其设计值

(a)和(b)为表 2 中案例 1; (c)和(d)为表 2 案例 2.

Fig. 3 Scatter plot of characteristic time scale obtained by performing 50 independent operation calculations using NLS algorithm and its design value

(a) and (b) are case 1 in Table 2, and (c) and (d) are case 2 in Table 2.

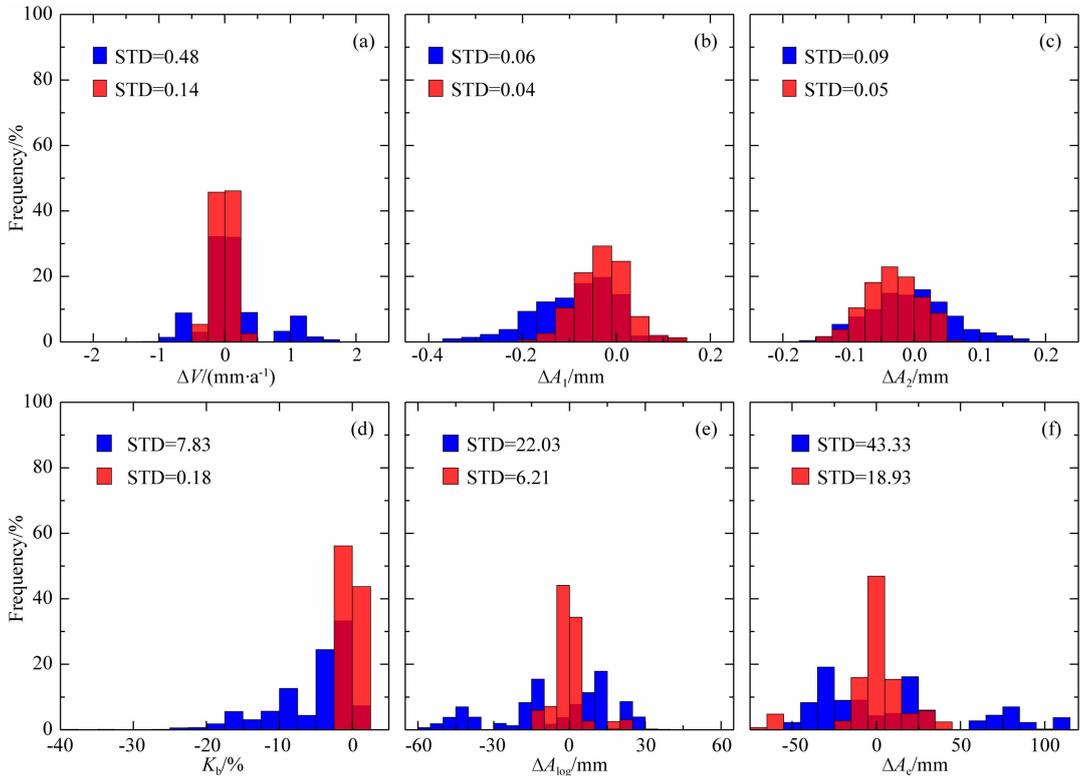


图 4 未知参数估值误差分布(设计值为基准)

蓝色直方图为表 2 中案例 1, 红色直方图为表 2 中案例 2; (a) 线性速率误差分布; (b) 周年项振幅误差分布 (A_1 为周年项振幅); (c) 半年项振幅误差分布 (A_2 为半年项振幅); (d) 同震位移相对误差分布 (K_b 为同震位移相对误差); (e) 对数衰减函数误差分布; (f) 指数衰减函数误差分布.

Fig. 4 Error distribution for estimated value of unknown parameters (design value as the benchmark)

The blue histogram is case 1 in Table 2, and the red histogram is case 2 in Table 2; (a) is the linear rate error distribution; (b) is the annual amplitude error distribution (A_1 is the annual amplitude); (c) is the semi-annual amplitude error distribution (A_2 is the semi-annual term amplitude); (d) is the co-seismic displacement relative error distribution (K_b is the relative error of co-seismic displacement); (e) is the logarithmic decay function error distribution, and (f) is the exponential decay function error distribution.

案例 2 中线性速率的 STD 为 0.14 mm,而在案例 1 中其值为 0.48 mm. 案例 1 中线性速率的 STD 比案例 2 大 2.43 倍. 对于周期项振幅而言,两种案例的结果无显著差异. 然而,对于同震位移和震后瞬态振幅,两种案例的结果具有显著差异. 在案例 2 中 99.11% 的同震位移相对误差为 $-0.5\% \sim 0.5\%$,而在案例 1 中 86.70% 的同震位移相对误差为 $-20\% \sim 1\%$. 在案例 2 中同震位移相对误差的 STD 为 0.18%,而在案例 1 中其值高达 7.83%,这表明忽略有色噪声可能会带来严重的模型偏差. 对于对数项振幅,案例 2 中 96.89% 的对数项振幅误差为 $-20 \sim 20$ mm,而案例 1 中 86.63% 的对数项振幅误差为 $-40 \sim 40$ mm. 对于指数项振幅,案例 2 中 84.56% 的指数项振幅误差为 $-20 \sim 20$ mm,而案例 1 中仅 74% 的指数项振幅误差为 $-40 \sim 40$ mm. 案例 1 中对数项振幅和指数项振幅的 STD 分别比案例 2 大 2.55 倍和 1.29 倍. 综上所述表明有色噪声对 GNSS 时间序列信号提取至关重要.

3 实测数据计算与分析

3.1 震后瞬态信号检验与数据处理

为验证顾及有色噪声的 GNSS 时间序列时域信号提取算法的实际应用效果,利用美国内华达大学大地测量测量实验 (<http://geodesy.unr.edu/NGLStationPages/>) 提供的日本 GEONET 中 83 个水平分量坐标时间序列 (截止观测时间为 2020.15 年). 这些台站所在区域于 2011 年 3 月 11 日发生 $M_s 9.0$ 级大地震,致使震后时间序列存在明显的同震位移和震后形变,其位置分布见图 5.

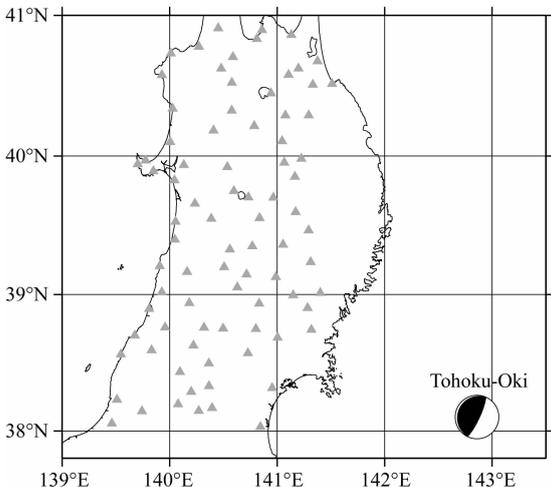


图 5 实测数据站点分布 (截止观测时间为 2020.15 年)
Fig. 5 Site distribution of measured data
(The deadline for observation is 2020.15)

为进一步定量分析测站水平分量震后余滑及黏弹性效应的显著性,本文采用 DIA 估计器对其检验. DIA 的检验方法为 (Amiri-Simkooei et al., 2019)

$$\begin{cases} H_0: E(\mathbf{y}) = \mathbf{A}\mathbf{x}, D(\mathbf{y}) = \mathbf{Q}_y, \\ H_a: E(\mathbf{y}) = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{A}_k\mathbf{x}_k, D(\mathbf{y}) = \mathbf{Q}_y, \end{cases} \quad (14)$$

式中,零假设 H_0 为不存在显著的震后余滑及黏弹性效应,备选假设 H_1 为存在显著的震后余滑及黏弹性效应. E 为期望算子; \mathbf{A} 为 $m \times n$ 设计矩阵; \mathbf{y} 为 m 维时间序列观测向量; \mathbf{x} 为 n 维未知参数向量; $D(\mathbf{y})$ 为描述观测量的随机模型; 在备选假设 H_1 中, $\mathbf{x}_k = [A_1 \ A_e]^T$; \mathbf{A}_k 为对数和指数衰减函数对应的 $m \times 2$ 维矩阵,其定义为

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} H(\Delta t_1) \log\left(1 + \frac{\Delta t_1}{T_1}\right) & H(\Delta t_1) 1 - e^{-\frac{\Delta t_1}{T_1}} \\ H(\Delta t_2) \log\left(1 + \frac{\Delta t_2}{T_1}\right) & H(\Delta t_2) 1 - e^{-\frac{\Delta t_2}{T_1}} \\ \vdots & \vdots \\ H(\Delta t_n) \log\left(1 + \frac{\Delta t_n}{T_1}\right) & H(\Delta t_n) 1 - e^{-\frac{\Delta t_n}{T_1}} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

为了确定式(14)中的两个备选假设,构造如下检验统计量 (Amiri Simkooei 2013):

$$T_2 = \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{A}_k (\mathbf{A}_k^T \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{P}_A \mathbf{A}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \mathbf{Q}_y^{-1} \hat{\mathbf{e}}, \quad (16)$$

式中, $\mathbf{P}_A = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_y^{-1}$ 为正交投影 (Teunissen 2000), $\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{P}_A \mathbf{y}$ 为 m 维最小二乘残差向量. 在显著性水平为 α 的情况下,如果 $T_2 < \chi^2(2, 0)$, 则接受零假设,这表明检测的信号效果不显著. 如果检验统计量超过卡方分布的临界值,该假设将在显著性水平为 α 下被拒绝,这表明该数据中具有显著的震后余滑及黏弹性效应. 本文给定显著性水平 0.001,利用式(16)对 T_2 进行检验. GEONET 各站实测数据检验结果见图 6.

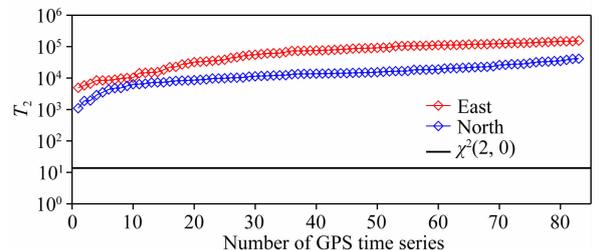


图 6 实测数据 DIA 检验结果

Fig. 6 DIA test results of measured data

分析图 6 可以发现各测站的 T_2 值均超过卡方分布的临界值,表明在 99.9% 的置信区间内,各测站均存在显著的震后余滑及黏弹性效应. 最后,根据表 2 中的解算方案对实测数据进行信号提取以验证

该方法的实际应用效果. 图7总结了两种方案的残差 RMS 统计数据. 结果表明案例 2 的拟合性能显著优于案例 1. 当使用案例 2 时, 其 RMS 对应的四分位数明显小于案例 1, 这表明忽略有色噪声会降低解决方案拟合性能. 为进一步分析两种方案的拟合性能, 图 7 显示了 RMS 的经验累积分布函数. 经统计, 案例 2 中约 70% 的 RMS 比案例 1 大 1 mm, 因此精确的 GNSS 时序拟合需要顾及有色噪声. 对于提取的各类信号, 下文将重点进行分析.

3.2 GNSS 测站速度和速度不确定度分析

根据表 2 中解算方案, 本文估计了 83 个 GNSS 站速度. 图 8 给出了两种方案计算的日本区域水平速度场. 从整体上分析, 两种速度解呈现向东南方向运动趋势, 但部分站点的结果差异较大. 其中, J193

测站(见图 8 黑色三角标记)的运动趋势均发生了显著的反向变化. 在案例 2 中 J193 站估计的水平运动速度为 $13.90 \text{ mm} \cdot \text{a}^{-1}$, 方向为 $\text{EN}2^\circ$, 而案例 1 中其水平运动速度为 $23.01 \text{ mm} \cdot \text{a}^{-1}$, 方向为 $\text{SW}3^\circ$. 为了进一步分析该测站解算结果, 我们计算了该测站震前站速度(见图 8 绿色矢量, 已等比例增大 2 倍). 与案例 1 相比, 案例 2 估计的该测站结果明显更接近震前速度, 这说明考虑有色噪声更有利从震后时间序列中获取稳态速度. 除 J193 测站外, 其他测站同样存在不同程度差异. 为了对比两种方案估计的速度结果, 本文统计了案例 1 与案例 2 获得的 GNSS 站速度差值, 其结果见图 9. 对于东分量时间序列, 92% 的速度差值为 $-10 \sim 10 \text{ mm} \cdot \text{a}^{-1}$, 最大的速率差值为 $36.86 \text{ mm} \cdot \text{a}^{-1}$; 对于北分量时间序列, 96%

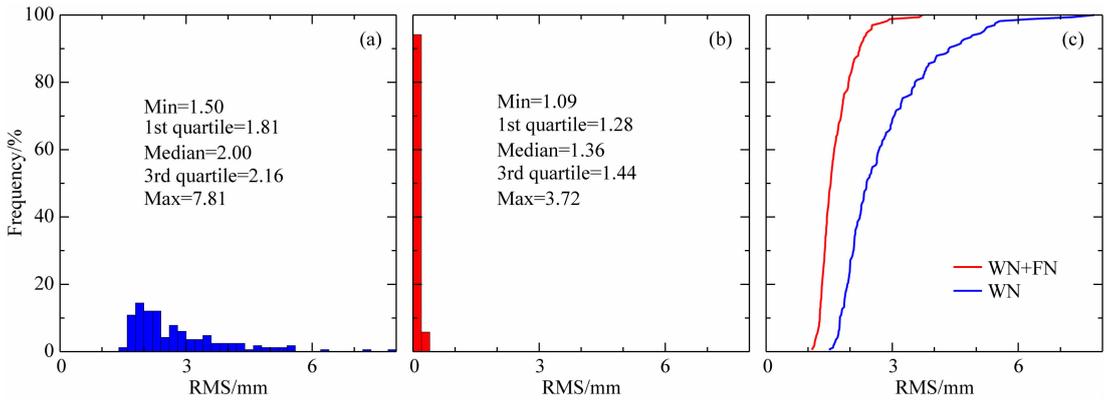


图 7 残差序列 RMS 统计结果

(a) 表 2 中案例 1; (b) 表 2 中案例 2; (c) 表 2 中案例 1 和 2 的 RMS 经验累积分布函数.

Fig. 7 RMS statistical results of residual sequence

(a) is case 1 in Table 2; (b) is case 2 in Table 2; (c) is RMS empirical cumulative distribution function of cases 1 and 2 in Table 2.

的速度差值为 $-4 \sim 4 \text{ mm} \cdot \text{a}^{-1}$, 最大的速率差值为 $8.07 \text{ mm} \cdot \text{a}^{-1}$. 综合上述分析表明: (1) 对于日本区域的 GNSS 速度场, 必须顾及噪声模型带来的差异. (2) 有色噪声对日本区域水平分量 GNSS 站速度的影响并不均衡, 其中有色噪声对东分量 GNSS 站速度的影响明显大于北分量.

进一步从速度误差来分析, 案例 1 计算的速度不确定度均小于案例 2 的结果. 经统计, 顾及有色噪声所计算的速度不确定度要比仅考虑 WN 计算的速度不确定度大 1~8 倍, 该值大于中国香港地区(袁林果等, 2008)及国家连续运行参考站系统(蒋志浩等, 2010)结果, 主要原因可能是日本区域震后时间序列中存在大量非线性信号导致有色噪声振幅偏大所致.

3.3 季节信号分析

现有研究表明 GNSS 时间序列中除趋势项外,

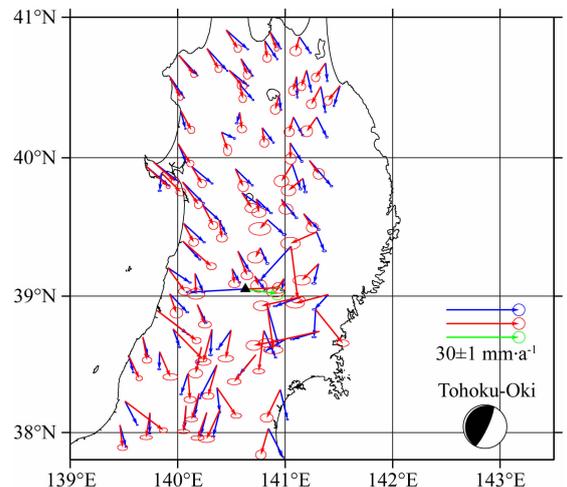


图 8 日本区域 GNSS 速度场; 蓝色矢量为表 2 中案例 1; 红色矢量为表 2 中案例 2

Fig. 8 GNSS velocity field in Japan; The blue vector is case 1 in Table 2; The red vector is case 2 in Table 2

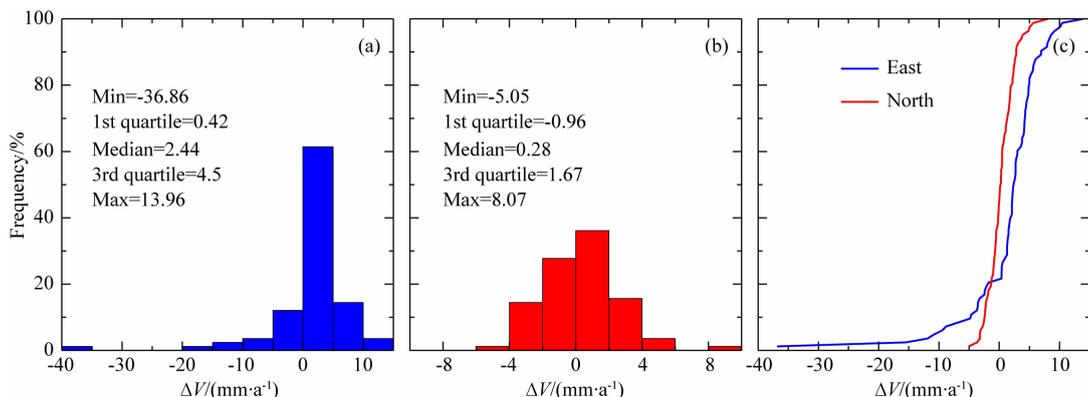


图9 案例1与案例2解算的GNSS速度差值统计结果

(a) 东分量结果; (b) 北分量结果; (c) 东和北分量的经验累积分布函数。

Fig. 9 Statistical results of GNSS velocity difference calculated by case 1 and case 2 in Table 2

(a) is the result for the East component; (b) is the result for the north component;

(c) is the empirical cumulative distribution function of the east and north components.

还存在一定的季节信号. 提取 GNSS 时间序列中的季节信号具有双重意义: 其一, 对 GNSS 时间序列中季节信号进行建模可以改善 GNSS 时间序列拟合性能, 提高趋势项不确定度. 其二, 联合提取的季节信号和地球物理模型能够用于探究地表季节性形变的已知物理成因. 本文利用表 2 中的解算方案, 提取日本区域 83 个基准站季节信号, 其统计结果见表 4—5.

表 4 基于 WN 模型估计的周期信号振幅统计 (mm)

Table 4 Amplitude statistics of periodic signal estimated based on WN model

	Annual amplitude		Semi-annual amplitude	
	East	North	East	North
Min	0.18	0.08	0.06	0.05
1st quartile	0.57	0.37	0.24	0.44
Med	0.80	0.54	0.35	0.53
3rd quartile	1.20	0.76	0.42	0.62
Max	6.88	2.89	3.64	1.34

表 5 基于 WN+FN 模型估计的周期信号振幅统计 (mm)

Table 5 Amplitude statistics of periodic signal estimated based on WN+FN model

	Annual amplitude		Semi-annual amplitude	
	East	North	East	North
Min	0.31	0.21	1.50	0.15
1st quartile	0.63	0.47	0.26	0.49
Med	0.78	0.60	0.37	0.59
3rd quartile	1.073	0.77	0.45	0.68
Max	7.06	2.87	3.57	1.35

从统计结果来分析, 在两种方案中东分量的周年项振幅普遍大于半年项振幅, 而北分量的周年项和半年项振幅差异不大. 在案例 1 中东分量的周年项振幅中值分别为 0.8 mm, 而半年项振幅中值为 0.35 mm; 在案例 2 中东分量的周年项振幅中值为 0.78 mm, 而半年项振幅中值分别为 0.37 mm. 因此, 平均而言东分量的周年项振幅比半年项振幅大.

进一步从噪声对季节信号的影响来分析, 本文统计了案例 1 与案例 2 获得的周期项振幅差值, 其结果见图 10. 从统计结果来看, 98% 的周年项振幅差值为 $-0.40 \sim 0.40$ mm, 最大的差值为 0.80 mm (见图 10a, b, c); 相对周年项振幅, 半年项振幅差值普遍较小, 约 93% 的振幅差值 $-0.2 \sim 0.2$ mm, 最大的差值为 0.35 mm, 这表明有色噪声对周年项振幅的影响大于半年项振幅. 此外, 观察图 10d, e, f 可以发现北分量周期项振幅差值分布呈现明显的不均衡迹象. 其中, 在北分量中 71.08% 的周年项振幅差值为负值 (东分量为 48.19%), 89.16% 的半年项振幅差值为负值 (东分量为 54.22%), 这表明忽略时间序列中的有色噪声会引起日本区域北分量周期项振幅低估. 因此, 在对日本区域进行地表季节性形变分析时, 需顾及有色噪声影响以避免北分量上季节性形变信号的掩盖.

3.4 同震和震后位移分析

利用估计的参数, 本文分析了各测站的同震位移. 图 11 显示了两种方案的估计结果. 从整体上分析, 两种方案的同震位移均指向震中方向, 且同震位移的量级随着距震中距离的增加而急剧减小, 其中

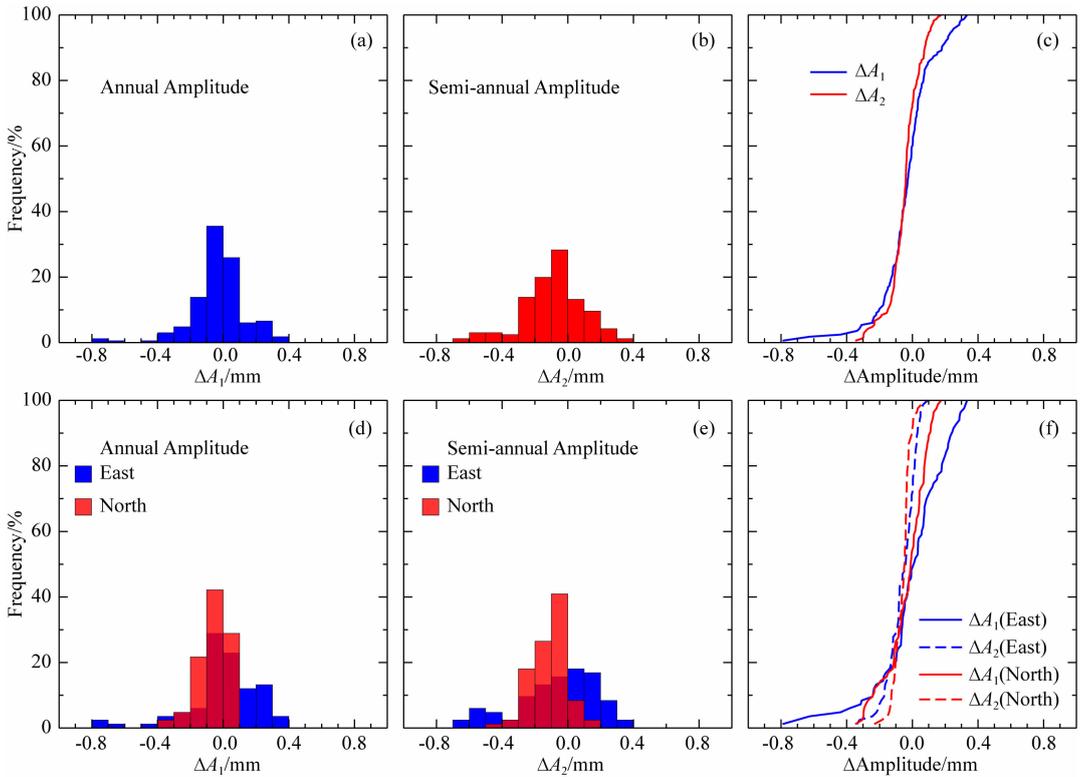


图 10 周期信号振幅统计结果

(a)、(b)和(c)为综合东和北分量结果:(a)东和北分量周年项振幅差值统计;(b)东和北分量半年项振幅差值统计;(c)周年和半年项振幅差值的累积分布函数;(d)、(e)和(f)为区分东和北分量结果:(d)周年项振幅差值统计;(e)半年项振幅差值统计;(f)周年和半年项振幅差值的累积分布函数。

Fig. 10 Statistical results of periodic signal amplitude

(a), (b) and (c) are the results of the combined east and north components; (a) is the annual amplitude difference statistics; (b) is the semi-annual amplitude difference statistics; (c) is the cumulative distribution function of the annual and semi-annual amplitude difference; (d), (e) and (f) are the results of distinguishing the east and north components; (d) is the statistics of annual amplitude difference; (e) is the statistics of semi-annual amplitude difference; (f) is the cumulative distribution function of amplitude difference of annual and semi-annual.

高值区约为 2.5~4 m,中值区约为 1.5~2.5 m,低值区为 0.5~1.5 m,平均方向为 $ES30^\circ$ 。为了进一步对比两种方案的差异,本文还计算了两种方案的同震位移差值(见图 11 灰色矢量)。结果表明,同震位移的差值具有明显的空间模式。在靠近震中区域, J179 和 J913 测站同震位移差值明显大于相邻测站(见图 11 黑色三角标记)。其中, J179 和 J913 站的同震位移差值分别为 32.18 mm 和 34.69 mm,而相邻测站的同震位移差值普遍较小,说明两个站可能存在强烈局部效应,其原因还需进一步分析。总体而言,靠近震中区域的同震位移差值普遍较小。相反,在同震形变最小的北部区域,但两种方案估计的同震位移差值普遍较大。同震位移差值约为 -30~-10 mm,最大的同震位移差值为 -58.54 mm,这表明忽略有色噪声会使微量级同震信号被低估。因此,对于高精度地壳形变分析有必要考虑有色噪声

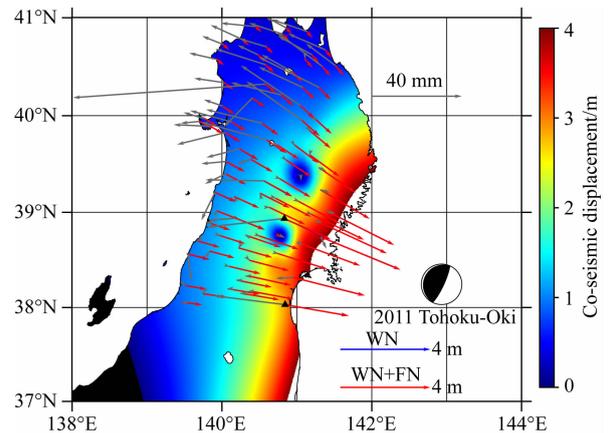


图 11 同震位移场

蓝色矢量为表 2 中案例 1,红色矢量为表 2 中案例 2,灰色矢量为案例 1 与案例 2 的差值。

Fig. 11 Co-seismic displacement field

The blue vector is case 1 in Table 2, the red vector is case 2 in Table 2, and the gray vector is the difference between case 1 and case 2.

的影响。

根据上述分析结果,日本区域 GNSS 时间序列中除同震位移外,还存在显著的瞬态信号.利用估计的参数,本文计算了该区域震后 9 年的水平地表位移,其结果见图 12.从整体上分析,震后位移与同震位移趋势一致即整体指向震中方向,但其变化梯度相对较小,整体量级约为 0.5~1.7 m,平均方向为 $ES26^\circ$.为了进一步对比两种方案的差异,本文还计算了两种方案的同震位移差值(见图 12 灰矢量).从震后位移差值的空间分布来分析,最大的震后位移差值分布于震中区域,分别为测站 G145、G159 和 J193(见图 12 黑色三角标记),其量级分别为 365.72 mm、287.32 mm 和 527.93 mm.除上述 3 个测站外,其余震后位移差值的大小和方向呈现随机性,其量级约为 $-100\sim 100$ mm.因此,在对 GNSS 时间序列进行瞬态信号提取时,其噪声特性不容忽视.

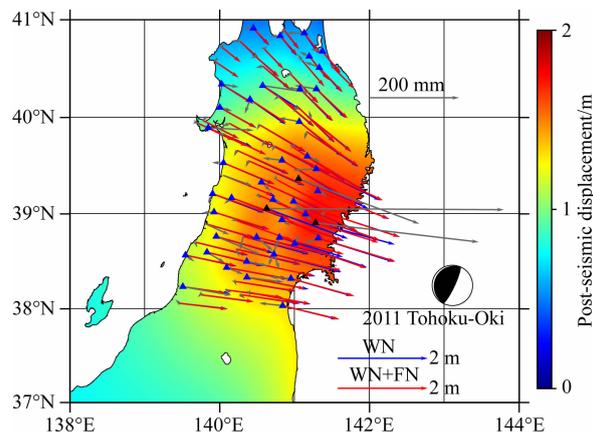


图 12 震后位移场(震后 9 年)

蓝色矢量为表 2 中案例 1,红色矢量为表 2 中案例 2,
灰色矢量为案例 1 与案例 2 的差值.

Fig. 12 Post-seismic displacement field
(9 years after the earthquake)

The blue vector is case 1 in Table 2, the red vector is case 2 in Table 2, and the gray vector is the difference between case 1 and case 2.

4 结论

GNSS 时间序列中可能存在震后瞬态,忽略震后瞬态无疑会引起参数估计有偏.为此,本文结合 GNSS 时间序列噪声特性,提出了顾及有色噪声的 GNSS 时间序列时域信号提取法.该方法首先基于 WN+FN 模型,使用 MLE 对震前 GNSS 时间序列进行参数估计,并根据参数估值来去除震后 GNSS 时间序列中震前信号,以此获取残差序列;然后将残

差序列作为求解特征时间尺度的观测量,WN+FN 模型作为观测量的随机模型,并采取 NLS 算法来估计特征时间尺度;最后利用估计的特征时间尺度构建 GNSS 时间序列函数模型,并采用 MLE 估计其未知参数,进而实现时域信号的提取.经模拟数据和实测数据将该方法与传统方法进行了比较分析,其主要结论如下:

(1)对日本区域扣除震前信号后的水平残差时间序列进行 DIA 检验表明,在 99.9% 的置信区间内日本区域 83 个 GNSS 站均存在显著的震后余滑及黏弹性效应.

(2)有色噪声对日本区域 GNSS 站速度具有显著影响.相对 WN+FN 模型,在东分量仅考虑 WN 模型引起的速度差值约为 $-10\sim 10$ $\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$,最大差值高达 36.86 $\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$;在北分量仅考虑 WN 模型引起的速度差值约为 $-4\sim 4$ $\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$,最大差值为 8.07 $\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$.

(3)有色噪声对日本区域周年项振幅的影响大于半年项振幅.相对 WN+FN 模型,仅考虑 WN 模型引起的周年项振幅差值约为 $-0.40\sim 0.40$ mm,最大差值为 0.80 mm;相对周年项振幅,假设 WN 模型引起的半年项振幅差值普遍较小,其值约为 $-0.2\sim 0.2$ mm,最大差值为 0.35 mm.

(4)忽略有色噪声会引起日本区域微量级同震信号的低估,其量级约为 $10\sim 30$ mm,最大量级为 58.54 mm;相反,有色噪声对震后位移的影响则呈现为随机性,其量级约为 $-100\sim 100$ mm.

References

- Amiri-Simkooei A R. 2013. On the nature of GPS draconitic year periodic pattern in multivariate position time series. *J Geophys Res Solid Earth*, 118(5): 2500-2511.
- Amiri-Simkooei A R, Hosseini-Asl M, Asgari J, et al. 2019. Offset detection in GPS position time series using multivariate analysis. *GPS Solut*, 23(1), doi: <https://doi.org/10.1007/s10291-018-0805-z>.
- Bos M S, Fernandes R M S, Williams S D P, et al. 2013. Fast Error Analysis of Continuous GPS Observations with Missing Data. *J Geodesy*, 87(4): 351-360, doi: <https://doi.org/10.1007/s00190-012-0605-0>.
- Bevis M, Bedford J, Caccamise D J II. 2020. The art and science of trajectory modelling. Cham: Springer Geophysics. Springer, pp 1-27.
- Mao A, Harrison C G A, Dixon T H. 1999. Noise in GPS Coordinate Time Series. *J Geophys Res*, 104(B2): 2797-2816.
- Sobrero F S, Bevis M, Gómez D D, et al. 2020. Logarithmic and

- exponential transients in GNSS trajectory models as indicators of dominant processes in postseismic deformation. *J Geodesy*, 94(9); doi: <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01413-4>.
- Teunissen P J G. 2000. Testing theory an introduction. In: Series on Mathematical Geodesy, Delft University Press, VSSD Publisher, pp 156.
- Tobita M. 2016. Combined logarithmic and exponential function model for fitting post-seismic GNSS time series after 2011 Tohoku-Oki earthquake. *Earth Planets Space*, 68(1):41, doi: <https://doi.org/10.1186/s40623-016-0422-4>.
- Williams S D P. 2003. The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series. *J Geodesy*, 76:483-494, doi: <https://doi.org/10.1007/s00190-002-0283-4>.
- Williams S D P, Bock Y, Fang P, et al. 2004. Error analysis of continuous GPS position time series. *J Geophys Res Solid Earth*, 9: B03412, doi: <https://doi.org/10.1029/2003JB002741>.
- Zhang J, Bock Y, Johnson H, et al. 1997. Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Error Analysis of Daily Position Estimates and Sites Velocities. *J Geophys Res*, 1997, 102(B8): 18035-18055.
- 法及展望. 武汉大学学报·信息科学版, 43(12): 2112-2123, doi: 10.13203/j.whugis20180333.
- 李斐, 李文浩, 张胜凯等. 2019. 基于独立分量分析的南极半岛 GNSS 网区域滤波. 地球物理学报, 62(9): 3279-3295, doi: 10.6038/cjg2019M0534.
- 李昭, 姜卫平, 刘鸿飞等. 2012. 中国区域 IGS 基准站坐标时间序列噪声模型建立与分析. 测绘学报, 41(4):496-503.
- 马俊, 曹成度, 姜卫平等. 2021. 利用小波包系数信息熵去除 GNSS 站坐标时间序列有色噪声. 武汉大学学报·信息科学版, 46(9): 1309-1317, doi: 10.13203/j.whugis20190353.
- 苏利娜, 张勇. 2018. GPS 时间序列中同震和震后形变的自动识别和估计. 武汉大学学报·信息科学版, 43(10):1504-1510, doi: 10.13203/j.whugis20170016.
- 王东振, 赵斌, 余建胜等. 2017. 利用 GPS 观测资料分析 2015 年尼泊尔 Ms8.1 地震震前及震后形变. 大地测量与地球动力学, 37(6):579-584, doi: 10.14075/j.jgg.2017.06.005.
- 姚未正, 徐克科, 朱绪林等. 2021. 基于 GNSS 观测研究 2015 年尼泊尔 M_w 7.8 地震震后地壳形变特征及其机制. 大地测量与地球动力学, 41(8): 833-840, doi: <http://www.jgg09.com/CN/Y2021/V41/I8/833>.
- 姚宜斌, 冉启顺, 张豹. 2019. 改进的启发式分割算法在 GNSS 坐标时间序列阶跃探测中的应用. 武汉大学学报·信息科学版, 44(5): 648-654, doi: 10.13203/j.whugis20170322.
- 袁林果, 丁晓利, 陈武等. 2008. 香港 GPS 基准站坐标序列特征分析. 地球物理学报, 51(5):1372-1384.

(本文编辑 汪海英)

附中文参考文献

- 蒋志浩, 张鹏, 秘金钟等. 2010. 顾及有色噪声影响的 CGCS2000 下我国 CORS 站速度估计. 测绘学报, 2010(4):355-363.
- 姜卫平, 王锴华, 李昭等. 2018. GNSS 坐标时间序列分析理论与方